Legi de conservare, simetrii, antimaterie

Cuprins

- **transformari ale sistemului de coordonate:** translatie, rotatie, inversia axelor
- **marimi cu anumite proprietati fata de anumite transformari:** scalari, vectori, pseudoscalari, pseudovectori
- **invarianta la transformari continue ale spatiului si timpului:** conservarea energiei, impulsului, mom. unghiular
- **invarianta la transformarea de etalon a cimpului EM:** conservarea sarcinii electrice
- **invarianta la transformari discrete:** inversiile de paritate, sarcina, timp
- Ecuatia Dirac: particule si antiparticule

Transformari in spatiu si in timp

Fie $\vec{r}$ si $\vec{r}'$ pozitiile unui punct intr-un sistem arbitrar de coordonate la doua momente de timp succesive.

Sau, echivalent, fie $\{\vec{r}\}$ si $\{\vec{r}'\}$ ansamblurile de coord. ale unui corp la doua momente de timp succesive.

Ne intereseaza transformarile ce corespund miscarilor de **translatie**, **rotatie** si **inversia coordonatelor**.

Observatie: Aceste transformari pot viza deopotriva obiectul sau sistemul de coordonate. In cele doua cazuri, amplitudinea este aceeasi, dar semnul se modifica.

Expresie matematica: $\hat{O}\mathbf{v}$, $\hat{O}$=operator, $\mathbf{v}$=vector in spatiul 4D

Timpul este o variabla unidimensionala. In cazul lui, putem vorbi de **translatie**, echivalenta cu redefinirea originii timpului, si **inversie**.

Translatie

Definitie: Transformare geometrica care deplaseaza fiecare punct al unui corp cu aceeasi distanta intr-o directie data
Corespunde unei miscari rigide.
Poate viza un corp sau sistemul de coordonate.
Operatori: $T_{\vec{v}}$
Fie $\vec{p}$ un vector oarecare, in urma translatiei cu $\vec{v}$ devine: $T_{\vec{v}}\vec{p} = \vec{p} + \vec{v}$.
Fie $f(\vec{v})$ o marime ce caracterizeaza o anumita proprietate fizica intr-un punct, e.g. temperatura, in urma translatiei vom avea $T_{\vec{\delta}} f(\vec{v}) = f(\vec{v} + \vec{\delta})$.
Expresie matriciala:
Tinind cont ca inmultirea matricilor lasa originea invarianta, o translatie in 3D poate fi exprimata matricial folosind matrici 4D:

$$T_{\vec{v}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & 0 & v_y \\ 0 & 0 & 1 & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \ \vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{pmatrix} ; \ T_{\vec{v}}\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x + v_x \\ p_y + v_y \\ p_z + v_z \\ 1 \end{pmatrix} .$$

Proprietati: transformare continua, *i.e.* $\lim \delta \to 0$.

Rotatie

Definitie: Transformare geometrica ce lasa nemodificat cel putin un punct (rotatie in jurul unui punct). Se poate efectua in jurul unei axe. In acest caz toate puncte situate de-a lungul axei ramin nemodificate.
Matricea de rotatie: cu unghiul θ in jurul axei $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1$.

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta + u_x^2(1-\cos\theta) & u_x u_y(1-\cos\theta) - u_z \sin\theta & u_x u_z(1-\cos\theta) + u_y \sin\theta \\ u_y u_x(1-\cos\theta) + u_z \sin\theta & \cos\theta + u_y^2(1-\cos\theta) & u_y u_z(1-\cos\theta) - u_x \sin\theta \\ u_z u_x(1-\cos\theta) - u_y \sin\theta & u_z u_y(1-\cos\theta) + u_x \sin\theta & \cos\theta + u_z^2(1-\cos\theta) \end{pmatrix}$$

Proprietati: $\det(R) = 1$, transformare continua $\lim \theta \to 0$.
Caz particular: rotatia cu π in jurul azei z:

$$R_z(\pi) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Atentie: $R_1 R_2 \neq R_2 R_1$, inmultirea matricilor nu este comutativa

Inversie a coordonatelor (inversie de paritate):

Definitie: inversarea fata de origine a tuturor coordonatelor sau, echivalent, inversarea axelor de coordonate.

Fie $\hat{\mathbf{P}}$ operatorul asociat:

$$\hat{\mathbf{P}}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\mathbf{I}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Matricea P asociata operatorului $\hat{\mathbf{P}}$:

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_3 = -\mathbf{1}$$

Observatii: 1) $\det(P) = -1$, 2) $\hat{\mathbf{P}}$ e o transformare discreta.

Inversie a coordonatelor (inversie de paritate):

Definitie alternativa: reflexia fata de un plan.

Fie xy planul fata de care se face reflexia iar $\hat{\tilde{\mathbf{P}}}_{\mathbf{xy}}$ operatorul asociat. Rezultatul actiunii lui asupra unui vector arbitrar va fi:

$$\hat{\tilde{\mathbf{P}}}_{\mathbf{xy}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix}$$

Matricea asociata:

$$\tilde{P}_{x,y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{unde } \det(\tilde{P}_{xy}) = -1.$$

Observam ca:

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = R_z(\pi)\tilde{P}_{x,y}$$

inversie de paritate = reflexie fata de un plan, urmata de rotatie in jurul axei perpendiculare

Scalari

definitie: marime fizica definita printr-un numar unic insotit de unitati de masura si care *ramine neschimbata la transformarea sistemului de coordonate prin orice operatie* (translatie, rotatie, reflexie), invarianta la rotatii

e.g.: masa, temperatura, distanta dintre doua puncte, volumul unui corp, sarcina electrica.

e.g.: distanta dintre doua puncte este aceeasi in sistemul de coordonate cartezian si in cel sferic, desi formula de calcul se modifica

Fie doua puncte ale caror coordonate sint in sistemul cartezian si sferic sint:
(x_1, y_1, z_1), (r_1, θ_1, ϕ_1) si, respectiv, (x_2, y_2, z_2), (r_2, θ_2, ϕ_2)
distanta dintre ele este:
cartezian: $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$
sferic: $d = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \left(\sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\cos(\phi_1 - \phi_2) + \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\right)}$

Pseudoscalari

definitie: marime fizica definita printr-un numar unic insotit de unitati de masura si care *ramine neschimbata la orice transformare a sistemului de coordonate, mai putin inversia de paritate, cind isi schimba semnul*, invarianta la rotatii

e.g.: fluxul magnetic $\vec{n} \cdot \vec{B}$, helicitatea $\vec{s} \cdot \vec{p}$

Vectori (vectori polari)

definitie: element al unui spatiu vectorial; cantitate caracterizata de marime si directie, care se transforma la rotatii si care, **la inversia de paritate, isi schimba semnul**

e.g.: vectorul pozitie $\vec{r}$, viteza $\vec{v} = \partial\vec{r}/\partial t$, acceleratia $\vec{a} = \partial^2\vec{r}/\partial t^2$, forta $\vec{F} = -\nabla V$, gradientul ∇

Operatorii de inversie de paritate:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{xy}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Vectorul pozitie in noile sisteme de coordonate:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (-) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to \vec{r}' = -\vec{r}.$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \tilde{\mathbf{P}}_{\mathbf{xy}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -z \end{pmatrix} = \mathbf{P} R_z(\pi)\vec{r} \to \vec{r}'' = -R_z(\pi)\vec{r}$$

Pseudovectori (vectori axiali)

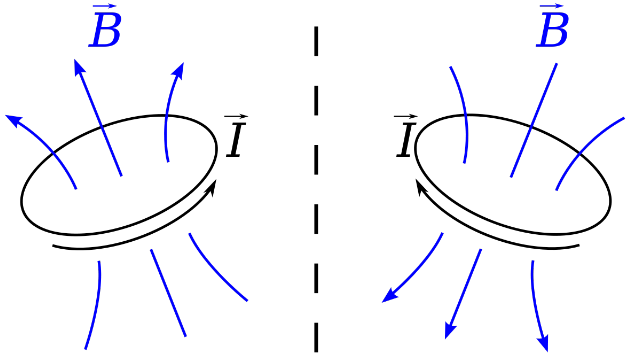
definitie: cantitate caracterizata de marime si directie, care se transforma la rotatii si care, **la inversia de paritate, NU isi schimba semnul**

e.g.: momentul unghiular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{v}$, cuplul $\vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$, divergenta $\nabla\times$, in general rezultati din produsul vectorial al doi vectori polari.

Demonstratie:
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$;
$L_i = \epsilon_{i,j,k} x_j p_k$;
$L'_i = \epsilon_{i,j,k} x'_j p'_k = \epsilon_{i,j,k}(-x_j)(-p_k) = L_i$,

unde am introdus simbolul Levi-Civita
$\epsilon_{i,j,k} = 1$, daca $(i,j,k) = (1,2,3)$ sau (2,3,1) sau (3,1,2),
$\epsilon_{i,j,k} = -1$, daca $(i,j,k) = (3,2,1)$ sau (1,3,2) sau (2,1,3),
$\epsilon_{i,j,k} = 0$ daca $i = k$ sau $i = j$ sau $k = j$.

Vectori versus Pseudovectori



credit: Wikipedia (https://en.wikipedia.org/wiki/Pseudovector)

Sa consideram o bucla metalica prin care circula curent electric $\vec{I}$ si care va crea un cimp magnetic $\vec{B}$. Sa consideram acum imaginea reflectata a buclei si a curentului fata de planul vertical reprezentat cu linie punctata, precum si cimpul magnetic generat de acesta din urma. Observam ca in timp ce cimpul electric se suprapune pe imaginea in oglinga, cel magnetic e inversat.

Inversia de paritate: operatii cu vectori

Fie P matricea unei inversii de partiate, $\vec{v}_1$ si $\vec{v}_2$ doi vectori si a un scalar.

Daca $\vec{v}_1$ si $\vec{v}_2$ sint v. axiali, $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$, $(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$, $a\vec{v}_1$ si $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$ vor fi v. axiali:
Demonstratie:
$P(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = P\vec{v}_1 + P\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.
$P(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = P\vec{v}_1 - P\vec{v}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.
$P(a\vec{v}_1) = aP(\vec{v}_1) = a\vec{v}_1$
$P(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = P(\vec{v}_1)P(\vec{v}_2) = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$

Daca $\vec{v}_1$ si $\vec{v}_2$ sint v. polari, $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$, $(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$ si $a\vec{v}_1$ vor fi v. polari iar $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$= v. axial:
Demonstratie:
$P(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = P\vec{v}_1 + P\vec{v}_2 = -(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$.
$P(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) = -P\vec{v}_1 + P\vec{v}_2 = -(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$.
$P(a\vec{v}_1) = aP(\vec{v}_1) = -a\vec{v}_1$
$P(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) = P(\vec{v}_1)P(\vec{v}_2) = (-)\vec{v}_1 \cdot (-)\vec{v}_2 = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$

Daca $\vec{v}_1$ este v. axial si $\vec{v}_2$ este v. polar, $(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$ nu este nici axial nici polar:
Demonstratie:

$P(\vec{v}_1 + \vec{v}_2) = P\vec{v}_1 + P\vec{v}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

Inversia de paritate: produs vectorial

$(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i = \epsilon_{i,j,k} v_{1j} v_{2k}$

$P(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i = \epsilon_{i,j,k} P(v_{1j}) P(v_{2k})$

Daca $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$= v. axiali, $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$=v. axial
Demonstratie: $P(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i = \epsilon_{i,j,k} P(v_{1j}) P(v_{2k}) = \epsilon_{i,j,k} v_{1j} v_{2k} = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i$

Daca $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$= v. polari, $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$=v. axial
Demonstratie: $P(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i = \epsilon_{i,j,k} P(v_{1j}) P(v_{2k}) = \epsilon_{i,j,k} (-v_{1j})(-v_{2k}) = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i$

Daca $\vec{v}_1$=v. axial si $\vec{v}_2$= v. polar, $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$=v. polar
Demonstratie: $P(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i = \epsilon_{i,j,k} P(v_{1j}) P(v_{2k}) = \epsilon_{i,j,k} v_{1j} (-v_{2k}) = -(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i$

Formularea Langrangiana a mecanicii

Cea mai generala formulare a legilor ce guverneaza miscarea sist. mecanice este cea a *principiului minimei actiuni*, formulata de Hamilton.
Cf. acestui principiu, miscarea se realizeaza astfel incit

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q, \dot{q}, t) dt = \mathrm{min.},$$

unde $\mathcal{L}$=operatorul Lagrangian; q=ansamblul coordonatelor; $\dot{q}$= ansamblul vitezelor
Obs.: faptul ca $\mathcal{L}$ nu depinde de alte variable decit q, $\dot{q}$ si t se datoreaza faptului ca starea unui sist, este complet determinata de cunoasterea coordonatelor si a vitezelor
Sa presupunem ca sistemul are un singur grad de libertate, astfel incit exista doar doua functii $q(t)$ si $\dot{q}(t)$.
O variatie infinitezimala cu δq si $\delta \dot{q}$ fata de q si $\dot{q}$ duce la o valoare a entropiei

$$\begin{aligned} S' &= \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}, t) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q, \dot{q}, t) dt + \int_{t_1}^{t_2} \left(\delta q \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + \delta \dot{q} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) dt = S + \delta S. \end{aligned}$$

Ecuatiile de miscare

Daca $q(t)$ corespunde traiectoriei reale, S trebuie sa fie minim, adica $\delta S = 0$.
Tinind cont ca $\delta \dot{q} = d\delta q/dt$

$$\delta S = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \delta q|_{t_1}^{t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \delta q \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) dt = 0, \quad (\forall)\delta q$$

Ecuatia de miscare:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}.$$

Exercitiu:
$\mathcal{L} = T - U$, cu $T = mv^2/2$, $U = kx$;
$\partial \mathcal{L}/\partial q = \partial \mathcal{L}/\partial x = k$; $\partial \mathcal{L}/\partial \dot{q} = \partial \mathcal{L}/\partial v = mv$;
Ecuatia de miscare:
$-k = m\dot{v}$, echivalent cu $F = -dU/dx$,
definitia fortei in functie de energia potentiala

Omogenitatea timpului si conserv. energiei $\partial\mathcal{L}/\partial q = d\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}/dt$

Sa consideram un *sistem izolat* format din N particule in interactie.
Variatia in timp a lui $\mathcal{L}$ este:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{L}}{dt} &= \sum_{i=1,N}\left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial t}+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial t}+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial t}\right]=\sum_i\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\right)\frac{\partial q_i}{\partial t}+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\frac{\partial\dot{q}_i}{\partial t}\right]\\ &= \sum_i\frac{d}{dt}\left(\dot{q}_i\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\right),\end{aligned}$$

unde am tinut cont ca nu exista dependenta explicita de timp ($\partial\mathcal{L}/\partial t=0$).
Rezulta ca marimea $E=(\sum_i\dot{q}_i\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}_i-\mathcal{L})$ se conserva.

Cine este aceasta?

Sa consideram cazul simplu al unei singure particule aflate intr-un cimp extern:
$\mathcal{L}=T(q,\dot{q})-U(q)$;
$\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}=\partial T/\partial\dot{q}=m\dot{q}=2T/\dot{q}$;
$E=2T-(T-U)=T+U$=energia,

Intradevar, energia unui sistem izolat se conserva!

Teorema Noether (1915).

Omogeneitatea spatiului si conserv. impulsului $\partial\mathcal{L}/\partial q = d\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}/dt$

Proprietatile unui sist. inchis ramin invariante in urma unei *translatii*.
Fie o variatie infinitezimala ϵ a tuturor coordonatelor $q_i \to q_i + \epsilon$, efectuata fara a afecta vitezele. Variatia lui $\mathcal{L}$ va fi:

$$\delta\mathcal{L} = \sum_i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i}\delta q_i = \epsilon \sum_i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i}$$

Cum ϵ e o marime arbitrara si prop. sistemului nu trebuie sa se modifice ($\delta\mathcal{L}$=0),

$$0 = \sum_i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i} = \sum_i \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i} = \frac{d}{dt}\sum_i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i},$$

cantitatea ($\sum_i \partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}_i$) se conserva. Cine este ea?
Sa consideram un sist. uni-particula, $\mathcal{L} = T(q,\dot{q}) - U(q)$.
$\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q} = m\dot{q} = p$, impulsul.
Intradevar, impulsul unui sistem se conserva!

Teorema Noether (1915).

Izotropia spatiului si conserv. mom. unghiular $\partial\mathcal{L}/\partial q = d\partial\mathcal{L}/\partial\dot{q}/dt$

Proprietatile mecanice ale unui sistem inchis nu se modifica in urma unei *rotatii* ca intreg.

Fie o rotatie infinitezimala $\delta\vec{\phi}$ in jurul unei axe oarecare. Ca urmare a ei, coordonatele si vitezele vor fi deopotriva modificate: $\delta\vec{r} = \delta\vec{\phi} \times \vec{r}$, $\delta\vec{v} = \delta\vec{\phi} \times \vec{v}$.

Variatia lui $\mathcal{L}$ va fi:

$$\begin{aligned}
\delta\mathcal{L} &= \sum_i \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{r}_i}\delta\vec{r}_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{v}_i}\delta\vec{v}_i \right) = \sum_i \left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{v}_i}\right)\delta\vec{\phi} \times \vec{r}_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{v}_i}\delta\vec{\phi} \times \vec{v}_i \right] \\
&= \delta\vec{\phi} \sum_i \left[\vec{r}_i \times \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{v}_i}\right) + \vec{r}_i \times \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\vec{v}_i} \right] = \delta\vec{\phi}\frac{d}{dt}\sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i) = 0, (\forall)\delta\vec{\phi}
\end{aligned}$$

Rezulta ca mom. unghiular total $\vec{L} = \sum_i (\vec{r}_i \times \vec{p}_i)$ se conserva. Intradevar! Teorema Noether (1915).

Am folosit $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = a_i \epsilon_{ijk} b_j c_k = b_j \epsilon_{ijk} a_i c_k = -b_j \epsilon_{jik} a_i c_k = -\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$

Teorema Noether

Fiecarei proprietati de simetrie **continua** a spatiului si timpului ii corespunde o lege de conservare.

- Conservarea energiei totale se datoreaza invariantei legilor fizice la translatia in timp.
- Conservarea impulsului total se datoreaza invariantei legilor fizice la translatia in spatiu.
- Conservarea mom. unghiular total se datoreaza invariantei legilor fizice la rotatie.

Cum aceste operatii efectuate asupra sistemului sint echivalente cu operatii identice efectuate in sens contrar asupra axelor, rezulta ca energia totala, impulsul total si mom. unghiular total nu depind de sistemul de coordonate ales. Firesc!

Conservarea energiei totale, a impulsului total si a mom. unghiular total sint proprieti globale. Universal valabile.

Simetrii si conservare in fizica cuantica

Orice sistem este descris de un Hamiltonian H iar evolutia lui in timp este data de ecuatia Schroedinger.
Presupunem, pentru simplitate ca $\partial H/\partial t$=0. In acest caz ec. Schroedinger:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(\vec{r})}{\partial t} = H\psi(\vec{r}).$$

Fie F o observabila oarecare iar valoarea ei la un moment dat, $\langle F\rangle = \int d\vec{r}\psi^* F\psi$.
Ca F sa se conserve, este necesar ca $\partial\langle F\rangle/\partial t = 0$. Sa presupunem ca $\partial F/\partial t = 0$.

$$\frac{\partial\langle F\rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int d\vec{r}\psi^*(\vec{r})F\psi(\vec{r}) = \int d\vec{r}\frac{\partial\psi^*(\vec{r})}{\partial t}F\psi(\vec{r}) + \int d\vec{r}\psi^*(\vec{r})F\frac{\partial\psi(\vec{r})}{\partial t}$$

Folosind faptul ca H este operator real ($H = H^+$), conjugatul complex al ec. Schroedinger este $-i\hbar d\psi^*/dt = (H\psi)^* = \psi^* H$, ceea ce duce la:

$$\frac{\partial\langle F\rangle}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}\int d\vec{r}(\psi^* HF\psi - \psi^* FH\psi) = \frac{i}{\hbar}\int d\vec{r}\psi^*\left[H,F\right]\psi.$$

Ca $\partial\langle F\rangle/\partial t = 0$ este necesar ca $[H,F] = 0$. Adica H si F comuta. Se poate gasi un set de functii de unda care sint deoportiva functii proprii pentru H si F.
Adica: $H\psi = E\psi$ si $F\psi = f\psi$.

Cum identificam marimile care se conserva?

Orice marime care se conserva corespunde unei invariante a lui H la o operatie de simetrie.
Fie U operatorul care corespunde unei transformari de simetrie.
Efectul actiunii lui U asupra functiei de unda $\psi(\vec{r}, t)$ este $\psi'(\vec{r}, t) = U\psi(\vec{r}, t)$.
Ca $\psi'(\vec{r}, t)$ sa fie fct. de unda este necesar ca cond. de normare sa se pastreze,

$$\int d\vec{r}\psi^*\psi = \int d\vec{r}\psi'^*\psi' = \int d\vec{r}(U\psi)^*(U\psi) = \int d\vec{r}\psi^* U^+ U\psi \rightarrow UU^+ = 1.$$

transformarea U este unitara ($UU^+ = U^+U = 1$) (cond. 1).
Daca U lasa nemodif. fct. de unda, $U\psi$ este sol. a ac. ec. Schroedinger ca ψ,

$$i\hbar\frac{\partial(U\psi)}{\partial t} = H(U\psi),$$

Tinind cont ca U nu depinde de timp si ca U este unitar,

$$i\hbar U\frac{\partial\psi}{\partial t} = HU\psi; \quad i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = U^+HU\psi = U^{-1}HU\psi = H\psi,$$

$H = U^{-1}HU$, adica U comuta cu H, $[H, U] = 0$ (cond. 2).

Conservarea sarcinii electrice

Fie Q op. de sarcina si q valoarea lui proprie coresp. starii ψ, adica sarcina el. Pentru ca q sa se cons. trebuie ca Q sa fie implicat intr-o op. de simetrie via U:
i) U unitar ($UU^+ = U^+U = 1$),
ii) U si H comuta $[H, U] = 0$.

Hamiltonianul unei sarcini q in cimpul electrostatic $\vec{E} = -\nabla A_0$ este $H = H_0 + qA_0$, unde H_0 este Hamiltonianul sarcinii izolate.
Se stie ca vectorii cimpurilor electric E si magnetic B sint invarianti la transformari de etalon

$$A_0' \to A_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda(x,t)}{\partial t}; \quad \vec{A'} \to \vec{A} + \nabla\Lambda(x,t), \text{ unde } \Lambda(x,t) \text{ arbitrar.}$$

Transformarea $U = \exp[(i/\hbar c)\ \Lambda(t) Q]$ satisface i) si ii) precum si $Q\psi = q\psi$.

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left[\exp\left(\frac{i\Lambda(t)Q}{\hbar c}\right)\psi\right] &= \left[H_0 + qA_0 - \frac{q}{c}\frac{\partial\Lambda}{\partial t}\right]\exp\left(\frac{i\Lambda(t)Q}{\hbar c}\right)\psi \\ i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} - Q\frac{1}{c}\frac{\partial\Lambda(t)}{\partial t}\psi &= \left(H_0 + qA_0 - \frac{q}{c}\frac{\partial\Lambda(t)}{\partial t}\right)\psi. \end{aligned}$$

Conservarea sarcinii electrice

A 4-a si ultima lege de conservare universal valabila.
Este asociata *invariantei globale de etalonare a cimpului electromagnetic*. Cimpul electromagnetic nu se modifica atunci cind potentialele scalar A_0 si vectorial $\vec{A}$ sint modificate prin aplicarea gradientului unui cimp scalar arbitrar Λ,

$$A_0' = A_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial \Lambda}{\partial t}; \quad \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \Lambda.$$

Dovezi experimentale:

- sarcina electrica a protonului: $1.6021766208(98) \times 10^{-19}$ C egala cu sarcina electrica a electronului: $1.6021766208(98) \times 10^{-19}$ C
- materia, formata din atomi si molecule, contine numar egal de electroni si protoni; daca ar exista o diferenta cit de mica intre sarcinile elementare, materia ar avea sarcina neta nenula si, deci, s-ar respinge
- in toate procesele elementare, s-a observat crearea/distrugerea unui numar egal de sarcini pozitive si negative
- experimente dedicate: $e \to \nu + \gamma$, timp de viata $\geq 6.6 \times 10^{28}$ y; $n \to p + \nu + \tilde{\nu}$, probabilitate de 8×10^{-27} ori mai mica decit $n \to p + e + \tilde{\nu}$.

Particule elementare

Barioni (lista neexhaustiva). Interactii: nucleara tare, nucleara slaba, EM, gravit.

denumire	simbol	compoz.	masa de repauz MeV/c^2	isospin I	spin si paritate J^P	Q	B	S	timp de viata s
neutron	n	udd	939.565	1/2	$1/2^+$	0	1	0	881.5(15)
proton	p	uud	938.272	1/2	$1/2^+$	1	1	0	$> 6 \cdot 10^{36}$
Lambda	Λ	uds	1115.683	0	$1/2^+$	0	1	-1	$2.60 \cdot 10^{-10}$
Sigma	Σ^+	uus	1189.37	1	$1/2^+$	1	1	-1	$(8.018 \pm 0.026) \cdot 10^{-11}$
Sigma	Σ^0	uds	1192.642	1	$1/2^+$	0	1	-1	$(7.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-20}$
Sigma	Σ^-	dds	1197.449	1	$1/2^+$	-1	1	-1	$(1.479 \pm 0.011) \cdot 10^{-10}$
Xi	Ξ^0	uss	1314.83	1/2	$1/2^+$	0	1	-2	$(2.90 \pm 0.09) \cdot 10^{-10}$
Xi	Ξ^-	dss	1321.31	1/2	$1/2^+$	-1	1	-2	$(1.639 \pm 0.015) \cdot 10^{-10}$

Leptoni (lista exhaustiva). Interactii: nucleara slaba, EM, gravit.

denumire	simbol	masa de repauz MeV/c^2	spin I	Q J	L_e	L_μ	L_τ	timp de viata s
electron	e	0.510998	1/2	-1	1	0	0	stabil
muon	μ	105.658366	1/2	-1	0	1	0	$2.197019 \cdot 10^{-6}$
taon	τ	1776.84	1/2	-1	0	0	1	$2.906 \cdot 10^{-13}$
neutrino electronic	ν_e	$< 2.2 \cdot 10^{-6}$	1/2	0	1	0	0	necunoscut
neutrino muonic	ν_μ	< 0.17	1/2	0	0	1	0	necunoscut
neutrino taonic	ν_τ	< 15.5	1/2	0	0	0	1	necunoscut

Particule elementare

Mesoni (lista neexhaustiva). Interactii: nucleara tare, nucleara slaba, EM, gravit.

denumire	simbol	compoz.	antipart.	masa de repauz	Q	I^G	J^{PC}	timp de viata
			MeV/c^2				s	
pion	π^+	$u\bar{d}$	π^-	139.570	1	1^-	0^-	$(2.6033 \pm 0.0005) \cdot 10^{-8}$
pion	π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	π^0	134.9766	0	1^-	$0^{-,+}$	$(8.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-17}$
kaon	K^+	$u\bar{s}$	K^-	493.677	1	$1/2$	0^-	$(1.2380 \pm 0.0021) \cdot 10^{-8}$
kaon	K^0	$d\bar{s}$	$\bar{K}_0$	497.614	0	$1/2$	0^-	nedef.

Conservarea numarului barionic?

Barionii = o clasa de particule elementare (formate din 3 cuarci).
Se poate introduce numarul cuantic, B_i,

$$B_i = \{ \begin{array}{l} 1,\ \mathrm{i} = \mathrm{barion}, \\ -1,\ \mathrm{i} = \mathrm{antibarion}, \\ 0,\ \mathrm{i} = \mathrm{foton},\ \mathrm{lepton},\ \mathrm{meson} \end{array}$$

Intrebare: Se conserva sau nu, numarul net de barioni, $B = \sum_i B_i$?

Am vazut ca sarcinii electrice q ii se poate asocia un operator Q si o transformare de simetrie $U = \exp(i\Lambda Q/(\hbar c))$.

Ne putem imagina ca si numarului barionic B ii se pot asocia un operator $\hat{B}$ si o transformare de simetrie $V = \exp(i\epsilon\hat{B}/(\hbar c))$.

Problema este ca nu se cunoaste nici un cimp cu raza de actiune infinita asupra caruia V sa efectueze o transformare de etalon. Acest lucru inseamna ca nu exista argumente teoretice in favoarea conservarii numarului de barioni.

Experiment: dezintegrarea $p \rightarrow e^+ + \pi^0$ studiata intr-un volum mare de apa. Timpul de viata al p a fost estimat $> 1.6 \times 10^{33}$ ani, adica mult mai mare decit virsta universului, 10^{10} ani. Totusi, se anticipeaza ca trebuie sa fie finit.

Conservarea numarului leptonic?

Leptonii = o clasa de particule elementare
Se poate introduce numarul cuantic, L_i,

$$L_i = \left\{ \begin{array}{l} 1,\ i = e^-, \mu^-, \tau^-, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \\ -1,\ i = e^+, \mu^+, \tau^+, \tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau, \\ 0,\ i = B, \gamma,\ \text{meson} \end{array} \right.$$

Au fost observate reactii: $\gamma \to e^- + e^+$, $n \to p + e^- + X_1$, $\pi^- \to \mu^- + X_2$, $\mu \to e + X_3 + X_4$.

Rationamente:

1. Daca L nu s-ar conserva, ar trebui ca si: $\tilde{\nu}_e + n \to e^- + p$ sa aiba loc. S-a infirmat! Ceea ce inseamna ca L se conserva.
2. Daca L se conserva: $X_1 = \tilde{\nu}$, $X_2 = \tilde{\nu}$, $X_3 = \tilde{\nu}$, $X_4 = \nu$
3. Daca neutrinii asociati celor 3 specii leptonice ar fi identici, ar trebui ca si $\mu \to e + \gamma$ sa aiba loc. Nu s-a observat, ceea ce inseama ca exista 3 specii de neutrini si 3 numere cuantice L_e, L_μ, L_τ.

Concluzie partiala: Marimile ce se conserva sint L_e, L_μ, L_τ.
Oscilatia neutrinilor: S-a pus in evidenta reactia $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$.
Concluzie: L nu se conserva!

Neutrino - prezicerea existentei si det. masei maxime

Care este masa ν_e?

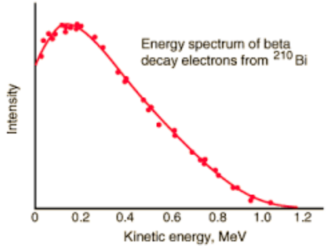
Prezenta unui al 3lea produs in dezintegrarea β a fost presupusa datorita spectrului continuu al electronului emis.

$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\mathrm{Po} + e^- + \nu_e,$$

Limita superioara a m_{ν_e} poate fi calculata din energia cinetica maxima a electronului.

conserv. energiei: $$E_i = M_{Bi} = M_{Po} + K_{Po} + m_e + K_e + M_{\nu_e} + K_{\nu_e} = E_f$$

$$m_{\nu_e} = M_{Bi} - M_{Po} - m_e - K_e \leq 2.2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{MeV/c^2}$$



Oscilatia neutrinilor

Experimentul IMB (demarat in 1979 in S.U.A.)
Obiectiv: determinarea timpului de viata al protonului $p \to e^+ + \pi^0$
Rezultat secundar: $\left(N_{\nu_\mu}/N_{\nu_e}\right)_{measured} \approx 0.5 \cdot \left(N_{\nu_\mu}/N_{\nu_e}\right)_{estimated}$
Rezultat secundar: masurarea a 8 din cei 10^{58} neutrini emisi de SN1987.

Experimentul Homestake (1970-1994, S.U.A.)
Obiectiv: determinarea fluxului de neutrini proveniti de la Soare, unde sint creati in reactii proton-proton.
Rezultat: Fluxul masurat $\approx 1/3$ fluxul estimat

Explicatie: neutrinii au timp de viata finit, $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, oscilatia ν.
ν produsi in reactii de dezintegrare β nu sint stari pure, ci combinatii liniare de ν_1, ν_2, ν_3.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{e1} & V_{e2} & V_{e3} \\ V_{\mu 1} & V_{\mu 2} & V_{\mu 3} \\ V_{\tau 1} & V_{\tau 2} & V_{\tau 3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}.$$

Probabilitatea de conversie $\nu_e \to \nu_\mu$:

$$P_{\nu_\mu}(t) = |\langle \nu_\mu | \nu_e(t) \rangle|^2 \propto \sin^2\left(\Delta m^2 \frac{c^3 L}{4pc\hbar}\right).$$

Inversia de paritate (P)

Definita de operatorul unitar $P^2 = 1$,

$$P \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$

asociata schimbarii axelor de coordonate sau unei reflexii urmate de o rotatie in jurul unei axe perpendiculare pe planul de reflexie.

Operator cuantic:

$$\begin{aligned} P\psi(x) &= \psi(-x), \\ P(\psi_1 ... \psi_N) &= P(\psi_1) ... P(\psi_N), \\ [H, P] &= 0, \\ P\psi(x) &= \eta_P \psi(x), \eta_P = \pm 1. \end{aligned}$$

Este o **transformare discreta**.

Intrebare: Sint legile fizice invariante la reflexie?
Argumente PRO: Ar trebui sa fie caci orientarea axelor este arbitrara.
Argumente CONTRA: In lumea macroscopica este adesea violata.

Rezolvare: Experimente cu particule elementare.

Dezintegrarea α:

Caz particular: $^{228}\mathrm{Th} \to \alpha +^{224} \mathrm{Ra}$

Starea initiala: $\vec{J}_{ini} = 0$, P_{ini}=1.
Starea finala: $\vec{J}_{fin} = \vec{J}_\alpha + \vec{L} + \vec{J}_{Ra} = \vec{L} + \vec{J}_{Ra}$,
$P_{fin} = P_\alpha \, (-1)^L \, P_{Ra} = (-1)^L \, P_{Ra}$,
Dat fiind ca: $\vec{J}_\alpha = 0$, $P_\alpha = 1$.

Conservarea mom. cinetic: $\vec{J}_{fin} = \vec{J}_{ini} \Rightarrow \vec{J}_{Ra} = \vec{L}$

Starile $^{224}\mathrm{Ra}$ determinate exp. sint: 0^+ (g.s.), 2^+ (84.4 keV), 1^- (216 keV), 3^- (290.4 keV), 4^+ (350.8 keV), 5^- (433 keV), 6^+ (479.1 keV), etc.

P_{fin} : $(-1)^0 \cdot 1$, $(-1)^2 \cdot 1$, $(-1)^1 \cdot (-1)$, $(-1)^3 \cdot (-1)$, in toate cazurile, $P_{fin} = 1 = P_{ini}$.

Concluzie: In dezintegrarea α, P se conserva

Generalizare: Interactiile tare si EM conserva paritatea.

Dilema $\theta - \tau$ (1947)

Rochester & Butler (1947): fotografiile in camerele cu gaz expuse la radiatii cosmice indicau existenta a doua particule, θ si τ, cu mase si timpi de viata egali care se dezintegrau diferit:

$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$,
$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$.

Cum $P(\pi^0) = P(\pi^+) = P(\pi^-) = -1$, rezultatul a fost interpretat ca:

1) θ si τ au paritati diferite, sau,
2) paritatea nu se conserva

Ulterior s-a vazut ca θ si τ sint aceeasi particula, K^+ (($u\bar{s}$), 493.677 MeV/c^2, $\tau = 1.23 \cdot 10^{-8}$ s).

Concluzia: interactiile slabe nu conserva paritatea

Experimentul Wu *et al.* (1956)

Dezintegrarea β:
${}^{60}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni}^* + e^- + \tilde{\nu}_e \rightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + e^- + \tilde{\nu}_e + \gamma + \gamma$

Experiment: Monitorizarea fluxurilor de electroni si γ emise de-a lungul a doua directii de catre o sursa polarizata de ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$, atunci cind se inverseaza polarizarea. Plasarea in cimp magnetic intens a nucleelor de ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ duce la orientarea spinului in lungul cimpului magnetic.

Rezultat: S-a observat ca la inversarea polarizarii, intensitatea fluxurilor de electroni se modifica diferit fata de cea a fluxurilor de fotoni si ca exista o directie privilegiata de emisie a electronilor.

Fie operatorul $O = \vec{J} \cdot \vec{p}$
$P(O) = P(\vec{J})P(\vec{p}) = -\vec{J} \cdot \vec{p} = -O$, pseudoscalar
Daca $\langle O \rangle \neq 0$, procesul nu conserva paritatea.

Concluzie: Paritatea nu se conserva in interactiile slabe.

Conjugarea de sarcina (C)

Fie $|q\rangle$ ansamblul numerelor cuantice aditive ce caracterizeaza starea cuantica a unui sistem (*e.g.* numar de barioni (B) / leptoni (L), sarcina electrica q, etc.).

Operatorul operatorul conjugarii de sarcina sau conjugarii particula-antiparticula, C, inverseaza toate numerele cuantice cu exceptia celor asociate spinului, $C|q\rangle = |-q\rangle$.

Invarianta fata de C presupune ca pentru fiecare particula, exista o antiparticula caracterizata de valori identice ale masei, timpului de viata si spinului dar cu valori inversate ale nr. cuantice aditive.

Evident, $C^2 = 1$ si discret.

EM si interactia tare sint C-invariante.

Interactia slaba violeaza simetria C.

Inversia temporala (T)

Asociata inversarii axei timpului fara a afecta coordonatele: $T(\vec{r}, t) \rightarrow (\vec{r}, -t)$.
Transformare discreta si neunitara.
Afecteaza deopotriva vect. polari si vect. axiali: $T(\vec{p}) = -\vec{p}$,
$T(\vec{J}) = T(\vec{r} \times \vec{p}) = -J$, ceea ca inseamna ca $T|\vec{p}, \vec{J}\rangle = |-\vec{p}, -\vec{J}\rangle$.
Mecanica si electrodinamica clasica sint invariante fata de T (ec. Newton si Maxwell sint de ordin 2 in timp).
Ec. Schroedinger ce descrie miscarea unei particule fara spin,

$$i\hbar \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H\psi(t),$$

nu este invarianta la schimbarea $t \rightarrow -t$.
Pentru ca $T\psi(t)$ sa satisfaca ec. Schroedinger, $T\psi(t) = \psi^*(-t)$.
Fct. de unda a unei particule libere este $\psi(\vec{r}, t) = \exp\left[\frac{i(\vec{p}\vec{r} - Et)}{\hbar}\right]$.
$T\psi(\vec{r}, t) = \psi^*(\vec{r}, -t) = \exp\left[\frac{i(-\vec{p}\vec{r} - Et)}{\hbar}\right]$, descrie miscarea unei particule ce se deplaseaza cu $-\vec{p}$, nu a unei particule ce se deplazeaza invers in timp.
Invarianta T este violata in interactiile slabe cu schimbare de aroma.

Transformarile CP, PT, CT si CPT

Am vazut ca simetriile C, P si T sint violate in interactiile slabe.

Si simetriile CP, PT, CT sint violate.

Totusi, simetria CPT este respectata de toate procesele.

Implicatii: Imaginea in oglinda a Universului nostru (cu toate pozitiile reflectate fata de un plan oarecare (inversia P), toate impulsurile inversate (inversia T) si toate particulele transformate in antiparticule (inversia C) ar evolua dupa aceleasi legi ca Universul nostru.

Simetria CPT este cea mai importanta in cadrul Modelului Standard.

Ecuatia Dirac (1929)

Ecuatia relativista a energiei totale: $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ duce la $E = \pm\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$, adica la existenta unor stari de energie negativa.
Ce reprezinta?
Fct. de unda plana:

$$\begin{aligned} \psi &= A \exp\left[-i\left(Et - \vec{r}\vec{p}\right)/\hbar\right] \\ &= A \exp\left[-i\left((-E)(-t) - (-\vec{p})(-\vec{r})\right)/\hbar\right] \end{aligned}$$

poate fi interpretata ca a corespunde:
i) unei unde de energie E si impuls $\vec{p}$ ce se propaga in timp de-a lungul lui $\vec{r}$,
ii) unei unde de energie $(-E)$ si impuls $(-\vec{p})$ ce se propaga invers in timp de-a lungul lui $(-\vec{r})$.
Adica, energia negativa a unei particule corespunde unei energii pozitive a antiparticulei. Confirmare experimentala: 1932, descoperirea pozitronului.
Existenta antiparticulelor vizeaza fermionii si bosonii. Fermionii si antifermionii sint creati si distrusi in perechi: $\gamma \to e^+e^-$; $\gamma \to p\tilde{p}$

Ecuatia Dirac pentru bosoni

Folosind definitiile operatoriale ale $E = i\hbar\partial/\partial t$ si $\vec{p} = -i\hbar\nabla = -i\hbar\partial/\partial\vec{r}$, ecuatia relativista a energiei totale: $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$ poate fi rescrisa ca

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \nabla^2\psi - \frac{m_0^2c^2}{\hbar^2}\psi \quad \text{ec. Klein} - \text{Gordon},$$

Caz particular: $m_0c^2 \gg pc$ (non-relativist): $E = T = p^2/(2m_0)$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{i}{2m}\nabla^2\psi = 0 \quad \text{ec. Schoedinger}$$

Observatie: ec. Klein-Gordon si Schoedinger sint de ordinul II si, respectiv, I in timp.

Conditii necesare: Invarianta relativista cere ca cele 4 coordonate ale spatiului-timp sa intervina similar in expresiile matematice iar metrica sa fie (+,-,-,-).

Concluzie: Invarianta Lorentz este satisfacuta de ec. Klein-Gordon.
Ec. Schoedinger nu satisface aceasta cond.

Ecuatia Dirac pentru fermioni

Invarianta Lorentz l-a determinat pe Dirac sa inlocuiasca ec. Schoedinger cu o expresie simetrica in timp si spatiu, cu derivate de ordin I.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \pm \left(\sigma_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \sigma_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \sigma_3 \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = \pm \sigma \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \psi,$$

unde σ_1, σ_2, σ_3 sint constante necunoscute.
Pentru a satisface ec. Klein-Gordon,

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = 1; \ \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i = 0, \ \forall i \neq j, \ m = 0.$$

Cum σ_i, σ_j nu comuta, nu pot fi numere. Trebuie sa fie matrici.
Sint matricile Pauli 2×2:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Noua forma a ec. Klein-Gordon este:

$$E\chi = -\hat{\sigma} \cdot \hat{p} \chi; \quad E\phi = \hat{\sigma} \cdot \hat{p} \phi,$$

cu χ si ϕ functii de unda bi-component (spinori). Cele 2 ecuatii au in total 4 solutii, coresp. unor stari particula si antiparticula, fiecare cu doua stari de spin.

Particule si antiparticule

Conform ec. Dirac, oricarei particule ii corespunde o anti-particula cu valori identice ale masei, timpului de viata si spinului si valori opuse ale sarcinii electrice, mom. magnetic, helicitatii si tuturor numerelor cuantice aditive (B, L, S, etc).

Au fost confirmate experimental: e^- si e^+ (1932, Caltech), p si $\bar{p}$ (1955, Berkeley), n si $\bar{n}$ (1956, Berkeley), etc.

Producere in natura: raze cosmice $p + A \rightarrow p + \bar{p} + p + A$, dezintegrarea β^+ (e.g. ${}^{23}_{12}\mathrm{Mg} \rightarrow {}^{23}_{11}\mathrm{Na} + e^+ + \nu_e$, nucl. bogate in protoni).

Distrugere: anihilare $p + \bar{p} \rightarrow 2\gamma$, $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$
In unele cazuri, particula corespunde antiparticulei, e.g. π^0.

Experimentul BASE (CERN): masurarea cu precizie a prop. fundamentale ale p si $\bar{p}$ (raportul sarcina/masa, mom. magnetic), confirmarea CPT.

Materie si antimaterie

Toate particulele din **Modelul Standard** au fost create la **Big Bang**.
fermioni elementari: leptoni (e, μ, τ, ν_e, ν_μ, ν_τ), cuarci (u, d, s, c, t, b),

bosoni de schimb: gluoni (int. tare), $W^\pm$ si Z^0 (int. slaba), fotoni (int. EM)

$\mathbf{t} \gtrsim \mathbf{t_0}$: e, T foarte mari: particulele sint echilibru, abundente comparabile, date de factorul statistic dependent de spin si isospin.

$\mathbf{t} \gg \mathbf{t_0}$: abateri de la echilibru: $t_{ciocniri} > t_{evolutie}$, $kT < M_{prag}$, hadronii dispar in ordinea inversa a masei; ramin γ, nucleoni, anti-nucleoni si leptoni.

Fie $\mathbf{t_C}$ momentul la care procesul de anihilare inceteaza. Sect. de reactie nucleon-antinucleon si rata de expansiune a Universului permit calc. temperaturii: $T_C \approx 20$ MeV.

Fie un gaz de nucleoni si antinucleoni in echilibru cu radiatia $p + \bar{p} \leftrightarrow \gamma + \gamma$. Abundentele:

$$N_B = N_{\bar{B}} = \frac{(kT)^3}{\pi^2 (\hbar c)^3} \int \frac{(pc/kT)^2 \, d\,(pc/kT)}{\exp(E/kT) + 1}, \;\; N_\gamma = \frac{2.404}{\pi^2 (\hbar c)^3} (kT)^3 .$$

Raportul materie barionica/radiatie este

$$N_B/N_\gamma = N_{\bar{B}}/N_\gamma \approx 10^{-18}.$$

Valorile masurate sint $N_B/N_\gamma \approx 10^{-9}$ si $N_{\bar{B}}/N_B < 10^{-4}$.

Materie si antimaterie

Rapoartele materie barionica/materie anti-barionica si materie barionica/radiatie:

Estimari (modelul de Big Bang): $N_{\bar{B}} = N_B$ si $N_B/N_\gamma \approx 10^{-18}$.

Masuratori experimentale: $N_{\bar{B}}/N_B < 10^{-4}$ si $N_B/N_\gamma \approx 10^{-9}$.

Adica,
1) exista mai multa materie decit antimaterie si
2) exita mai multa materie in comparatie cu radiatia,
decit estimeaza Big Bang estimeaza!

Concluzie: rationamentul a fost gresit!

Sakharov (1966) atribuie asimetria barionica interactiilor ce violeaza conservarea numarului barionic B. Pentru ca acest lucru sa se realizeze este necesar sa fie indeplinite trei conditii:
i) interactiile sa nu conserve B,
ii) la un moment dat Universul sa se fi abatut de la echilibru,
iii) simetriile C si CP sa fie violate.

Concluzie: un scenariu foarte plauzibil!

Concluzii

- legile de conservare ale impulsului total, energiei totale si mom. unghiular total sint consecinte ale proprietatilor de simetrie ale spatiului si timpului
- legea de conservare a sarcinii electrice provine din invarianta cimpului EM la transformari de etalonare
- exista marimi care, pe baza datelor experimentale, par sa se conserve fara insa a exista vreo explicatie teoretica, e.g.: numarul barionic
- Modelul Standard: CPT
- particule elementare si cosmologie

Propunere de stagiu

Candidati: studenti sau masteranzi ai Universitatii Bucuresti (Facultatea de Fizica) sau ai Politehnicii Bucuresti

Perioada de desfasurare: 6 luni in anul academic 2019-2020

Tipul de activitate: stagiu de cercetare in stiinte fundamentale

Obiectiv: teza de licenta sau master

Loc de desfasurare: IFIN-HH, Bucuresti

Coordonator: Dr. Adriana Raduta (adriana.raduta@gmail.com)

Subiect de cercetare: producere de materie exotica in stele neutronice si/sau ciocniri de ioni grei

Cuvinte cheie: stele neutronice, hiperoni, rezonante nucleonice, unde gravitationale, ecuatie de stare, ciocnici de nuclee

Cunostinte necesare: fizica, matematica, programare (C)